

2D-Simulation der Sohlenreaktion in einer Flussverzweigung

2D-Simulation of the Bed Evolution in a River Branching

von C. BEFFA

KURZFASSUNG/SUMMARY

Mit Hilfe eines numerischen Modelles werden die Strömungsverhältnisse und die Sohlenveränderungen in einer Gerinneverzweigung simuliert. Das Modell basiert auf den tiefengemittelten Flachwassergleichungen und einem Einkorn-Ansatz. Der Einfluss der verschiedenen Modellparameter auf die Resultate wird mittels ausführlicher Sensitivitätsanalysen dokumentiert. Vergleiche mit Beobachtungen an einem physikalischen Modell bestätigen die Prognosefähigkeit des numerischen Modells für Wasserspiegellagen und Sohlenveränderungen in einer Verzweigung.

A numerical model has been used to simulate the flow field and the evolution of the river bed in a branching. The model is based on the depth-averaged shallow water equations and a uniform transport formula. Comprehensive tests have been carried out to analyse the model parameters and their influence on the results. Comparisons with a hydraulic model confirm that the numerical model allows for reliable predictions of water levels and bed levels in a branching.

1. EINLEITUNG

Zweidimensionale (2D-)Abflussmodelle haben sich in der Simulation von Fließgewässern etabliert. Aufbauend auf detaillierten Geländeaufnahmen liefern sie Angaben über lokale Fließtiefen und Fließgeschwindigkeiten für unterschiedliche Abflusszustände. Ihr Anwendungsspektrum reicht von der Ausscheidung von Überflutungsgrenzen über die Habitatsmodellierung bis zur Analyse von Strömungsverhältnissen im Nahfeld von wasserbaulichen Anlagen.

Wie ihre eindimensionalen Vertreter lassen sich 2D-Abflussmodelle für morphologische Simulationen einsetzen. Eine Problemstellung, welche in der Fachliteratur häufig behandelt wird, ist die Simulation der Bank- und Kolkbildung in einer Kurvenströmung (STRUIKSMA et al., 1985; KASSEM und CHAUDHRY, 2002; DUC et al., 2004). Da bei dieser Anwendung die Sekundärströmungen einen entscheidenden Einfluss auf die Bildung der Sohlenformen ausüben, muss der Einsatz eines tiefengemittelten 2D-Modells jedoch in Frage gestellt werden.

Im folgenden Beitrag betrachten wir eine Anwendung, welche als typisches 2D-Problem bezeichnet werden kann. Es geht um die Bestimmung der Sohlenlage, wenn in einem zuvor prismatischen Gerinne eine Dammbresche geschaffen wird. Im Bereich einer solchen Gerinneverzweigung stellen sich sofort mehrdimensionale Strömungsverhältnisse ein mit einer intensiven Wechselwirkung zwischen Strömung und Sohlenbildung. Nur ein Modell, das sowohl die komplexen Strömungsverhältnisse als auch die daraus resultierenden Sohlenveränderungen nach-

bilden kann, kommt für die Simulation dieser Prozesse in Betracht. Bisher wurde dazu auf hydraulische Modellversuche zurückgegriffen. Ein Beispiel dafür ist die Untersuchung zur Neugestaltung der Reuss bei der Mündung in den Vierwaldstättersee (Kanton Uri, Schweiz). Die Ergebnisse der Studie werden nun zur Validierung eines numerischen Modells im Rahmen seiner Weiterentwicklung verwendet.

2. GRUNDLAGEN DES NUMERISCHEN MODELLS

2.1 Modellansatz

Für die Simulation der Strömung wird das Programm FLUMEN verwendet (BEFFA, 2004a). Es basiert auf den tiefengemittelten Flachwassergleichungen in Erhaltungsform:

- ▶ Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial r}{\partial y} = 0; \quad (1)$$

- ▶ Impulsgleichungen in x-Richtung

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{qr}{h} \right) + gh \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\tau_{bx}}{\rho} = 0; \quad (2)$$

- ▶ Impulsgleichungen in y-Richtung

$$\frac{\partial r}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{qr}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{r^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \right) + gh \frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\tau_{by}}{\rho} = 0, \quad (3)$$

mit (x, y) = horizontale kartesische Koordinaten, t = Zeit, h = Abflusshöhe, (q, r) = Komponenten des spezifischen Abflusses, g = Erdbeschleunigung, ρ = Dichte, z = Sohlenhöhe und τ_{bi} = Sohleschubspannungen. Zur Ermittlung

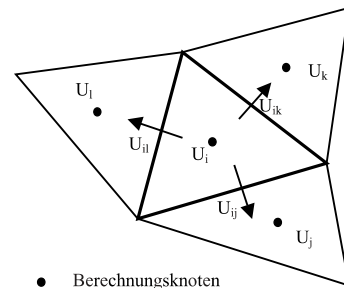


Abb. 1. Lage der Berechnungsknoten und diskreten Flüsse im Dreiecksnetz

der Sohleschubspannungen stehen das Reibungsgesetz von Manning-Strickler oder das logarithmische Fließgesetz zur Auswahl. Die Flachwassergleichungen beruhen auf der Annahme von hydrostatischen Druckbedingungen und unter Vernachlässigung der inneren Spannungen. Diese Gleichungen werden mit einem expliziten, zellenzentrierten Finite-Volumen-Verfahren gelöst. Im Unterschied zu den häufig eingesetzten Versetzte-Gitter-Verfahren konvergieren die Zellenmittelpunkt-FVM sowohl für unter- wie auch für überkritische Abflussregimes (BEFFA, 1994). Diese Eigenschaft macht sie für die Ingenieurpraxis besonders attraktiv. Zur Diskretisierung des Terrains wird ein unstrukturiertes Dreiecksnetz (TIN) verwendet, welches sich optimal an vorhandene Geländestrukturen (Dämme, Gräben) anpassen lässt. Numerische Konsistenz wird durch Verwendung von „glatten Netzen“ erreicht (BEFFA, 2004).

2.2 Geschiebetransport

Der Geschiebemodul innerhalb des FLUMEN-Programms berechnet die zeitliche Veränderung der Sohle in-

folge Sedimenttransport. Grundlage dazu ist die Bodenevolutionsgleichung für das Geschiebe. Die Sedimentbilanz für eine Berechnungszelle mit der Fläche A_i lautet in Integralform

$$(1 - \lambda_p) A_i \frac{\partial z_b}{\partial t} + \int q_b \cdot n ds = S_b, \quad (4)$$

mit z_b = mittlere Sohlenlage, λ_p = Sohlenporosität (ca. 0,2–0,4), q_b = Sedimenttransportrate, n = Normalenvektor und S_b = Sedimentquelle (z. B. Geschiebebeschickung oder -entnahmen). Gl. (4) wird für jede aktive Berechnungszelle zu jedem Zeitschritt gelöst und die Sohlenkote entsprechend angepasst. Zentrale Themen bei der Ermittlung der Transportraten sind (i) der Einfluss der Kornverteilung, (ii) das Ungleichgewicht zwischen Transportraten und -kapazitäten, (iii) der Einfluss des Turbulenzgrades und (iv) die Ausbreitungsrichtung des Geschiebes relativ zur mittleren Strömung. Je nach Anwendungsbereich sind diese Einflüsse bedeutend oder eher sekundär. Trifft letzteres zu, so kann man den Standpunkt einnehmen, diese Einflüsse vollständig zu vernachlässigen. In diesem Beitrag soll genau dies gemacht werden. Das Transportmodell ist somit das „einfachste mögliche“ mit folgenden Auswirkungen auf die Transportraten:

- ▶ Im Modell wird die Kornverteilung auf einen repräsentativen Korndurchmesser reduziert (Einkornmodell). Das einfache Modell berücksichtigt allfällige Sortierprozesse und die Vergrößerung an der Deckschicht nicht.
- ▶ Das Modell setzt die Transportraten den Transportkapazitäten gleich, d. h. es werden Gleichgewichtsbedingungen angenommen. Tatsächlich benötigt die Strömung eine Mindeststrecke (Anpassungslänge) bis sich die Transportrate nach einem Wechsel wieder an die Transportkapazität anpasst. In Bereichen von großen Transportgradienten, beispielsweise unterhalb von Sohlenbefestigungen oder nach starken Aufweitungen, werden deshalb die tatsächlichen Transportraten bzw. unterschätzt.
- ▶ Es wird angenommen, dass die unter Normalabflussbedingungen entwickelten Transportformeln allgemein anwendbar sind. Verschiedene Untersuchungen (z. B. RAUDKIVI, 1999; SUMMER et al., 2003) zeigen jedoch, dass vor allem

bei schwachem Transport der Einfluss des Turbulenzgrades bedeutend wird.

- ▶ Es wird angenommen, dass sich das Geschiebe mit der mittleren Strömung bewegt. Der Einfluss von Sohlenneigung und Sekundärströmungen auf den Geschiebetransport, welcher beispielsweise in Kurvenströmungen wichtig ist, wird vernachlässigt.

2.3 Transportformeln

Die Transportraten werden mittels empirischen Formeln abgeschätzt, wie sie aus 1D-Modellen bekannt sind. Zuvor sollen folgende Hilfsgrößen zur Beschreibung des Geschiebetransportes eingeführt werden:

- ▶ dimensionslose Sohlenschubspannung (Shieldsfaktor): $\theta = \frac{\tau_b}{\rho g (s-1) d}$
- ▶ dimensionslose Transportrate: $\phi = \frac{q_b}{\sqrt{(s-1) g d^3}}$

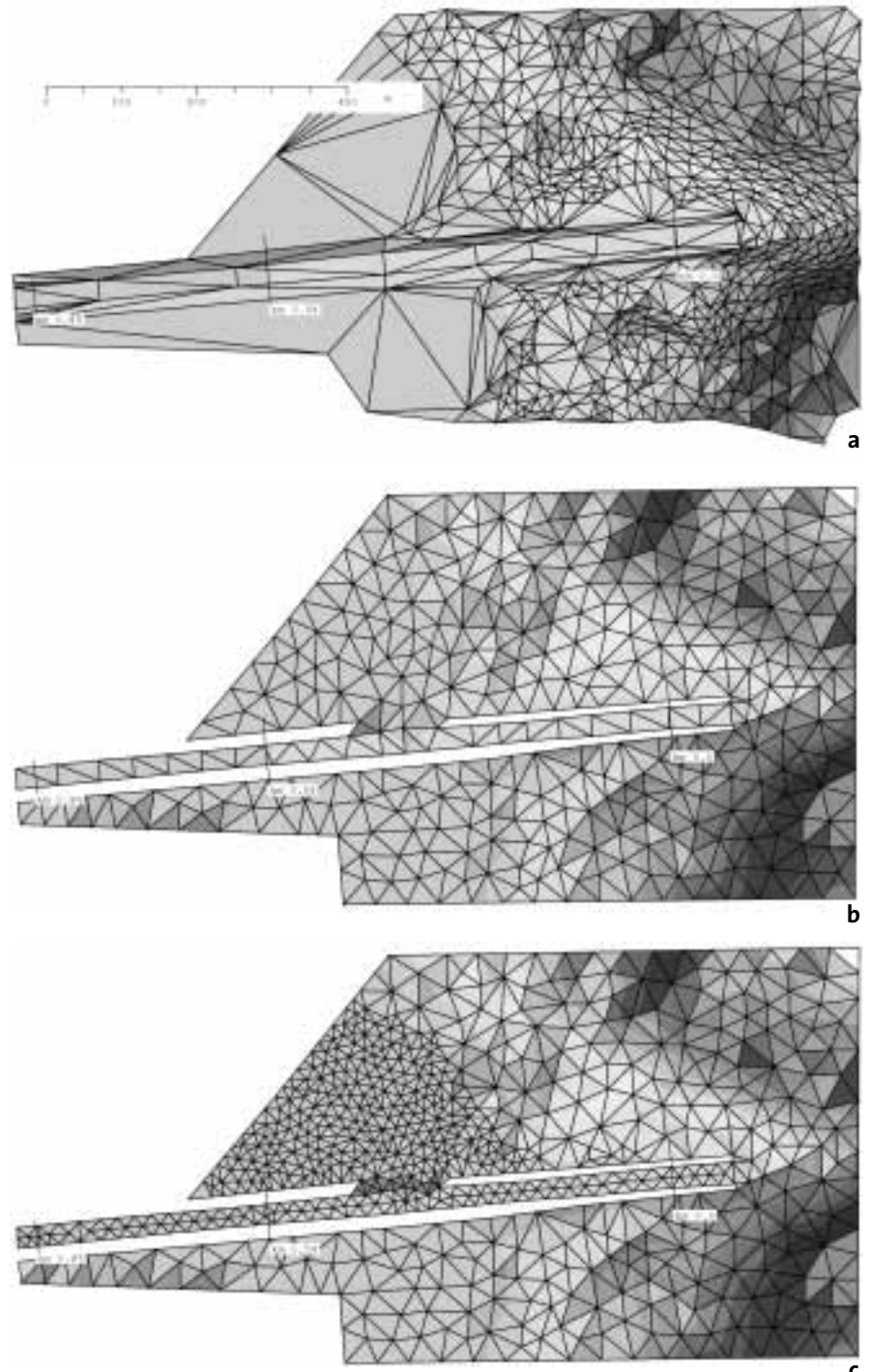


Abb. 2. Terrainmodell des Reussdeltas (oben), grobes Berechnungsnetz (mitte) und feines Berechnungsnetz (unten) mit linksufriger Bresche zwischen km 0,300 und km 0,430

mit ρ = Dichte von Wasser (= 1000 kg/m³), g = Erdbeschleunigung, s = Dichtefaktor (= ρ_s/ρ , wobei ρ_s = Dichte des Sohlenmaterials z. B. 2650 kg/m³), d = Korndurchmesser, τ_b = (effektive) Sohlenschubspannung und q_b = Transportrate (m²/s). Zur Ermittlung der Transportraten stehen zur Auswahl:

- ▶ Formel von MEYER-PETER und MÜLLER (1948): $\phi = 8(\theta - \theta_c)^{1.5}$

mit der kritischen Schubspannung $\theta_c = 0,047$. Der Anwendungsbereiche für die MPM-Formel sind kiesführende Flüsse mit einem Gefälle unter 0,5 %.

- ▶ Formel von PARKER (1978): $\phi = \frac{11,2 (\theta - \theta_c)^{4.5}}{\theta^3}$

mit der kritischen Schubspannung $\theta_c = 0,03$. Diese Formel wurde aufgrund von Messdaten an Kiesflüssen bestimmt.

- ▶ Formel von WU et al. (2000): $\phi_i = 0,0053 \left(\frac{\theta}{\theta_{ci}} - 1 \right)^{2.2}$.

Diese Formel wurde für Kornmischungen entwickelt, wobei der Einfluss der unterschiedlichen Exposition der Körner mittels einer Hiding-Funktion berücksichtigt wird. Die Formel wurde anhand von Messdaten unterschiedlicher Autoren abgeleitet und hat sich in einer unabhängigen Untersuchung als geeignet erwiesen (VAN DER SCHEER et al., 2002). Verwendet als Einkornmodell mit $\theta_c = 0,03$ führt die Formel auf $\phi = 12(\theta - \theta_c)^{2.2}$, wodurch die Verwandtschaft mit der MPM-Formel hervortritt.

2.4 Numerische Sedimentflüsse

Die numerischen Flüsse über die Zellen-seiten, welche zur Lösung von Gl. (4) benötigt werden, lassen sich aus den Werten der benachbarten Zellenmittelpunkte schätzen. Numerische Stabilität wird durch einfaches Upwinding erreicht, d. h. es wird der jeweils oberstrom gelegene Knotenwert verwendet.

Häufig sind nicht alle Sohlenabschnitte frei erodierbar. Schutzbauten wie Rampen oder anstehender Fels limitieren die maximal mögliche Erosionstiefe. Wird dieser feste Horizont erreicht, so werden die Sedimentflüsse aus einer Berechnungszelle reduziert, damit die Sedimentbilanz nicht negativ wird.

3. MODELLAUFBAU

3.1 Berechnungsnetze

Für das Terrainmodell der Mündung konnten die publizierten Daten (VAW

1983) verwendet werden. Für die Berechnungsmodelle wurden zuerst die Hüllen (Modellränder, Längsdämme) generiert und diese anschliessend mit dem Programm TRIANGLE (SHEWCHUK, 1996) durch Qualitätsdreiecke aufgefüllt. Es wurde ein grobes Netz (650 Zellen, maximale Zellenfläche 1000 m²) und ein – im Gerinnebereich – verfeinertes Netz (1200 Zellen, maximale Zellenflächen 200 m²) erstellt und auf dem Terrainmodell abgebildet. Die Geometrie des Zulaufgerinnes wurde von einem Trapez- auf ein Rechteckgerinne reduziert. Die einfachen Berechnungsnetze führen zu schnellen Antworten: Die Rechenzeit für einen typischen Run auf dem groben Netz (Natur 200 h, hydraulisches Modell 24 h) betrug ca. 10 Minuten (Prozessor P4, 3,0 GHz).

3.2 Randbedingungen

Betrachtet wird die Phase 1 der Neugestaltung. Dazu wurde im linken Vorstreckungsdamm eine Bresche von rund 130 m Länge geöffnet. Die Versuche umfassten die Simulation von zwei Hochwasserganglinien, wobei Abfluss und Pegelstand des Sees variiert wurden (Abb. 3).

Die Geschiebeeinträge am oberen Modellrand wurden aufgrund der Angaben zum hydraulischen Modellversuch abgeschätzt: 0,4 g/l bei einem Abfluss von 200–300 m³/s und 1,0 g/l bei einem Abfluss von 600 m³/s. Um rück-schreitende Sohlenerosionen in der Kanalstrecke zu verhindern wurde im hydraulischen Modell (und später auch in Natur) direkt oberstrom der Dammbresche eine Blockrampe in die

Sohle eingebaut. Im numerischen Modell wird dies durch die Vorgabe einer nicht-erodierbaren Felsoberfläche berücksichtigt.

3.3 Modelltests

Um die Sensitivität der prognostizierten Sohlenlage auf die Wahl der Modellparameter zu bestimmen wurden ausgedehnte Simulationen durchgeführt. Dazu wurde jeweils ein Modellparameter verändert. Die durchgezogene Linie in den folgenden Abbildungen beschreibt dabei den Referenzfall mit folgenden Eigenschaften: Korndurchmesser 6 cm, Zulaufkonzentration 0,4 g/l, Strickler-k-Wert der Sohle 30 m^{1/3}/s, MPM-Formel, grobes Netz.

Abbildung 4 zeigt die Sohlenlage 200 h nach der Öffnung des linken Dammes bei unterschiedlichen Sedimentkonzentrationen im Zulauf. Deutlich zu erkennen ist die Bildung eines Verlandungswalls im Bereich der Bresche unterhalb der Rampe. Es wird deutlich, dass die Zulaufkonzentration einen maßgeblichen Einfluss auf die Sohlenlage in der Zulaufstrecke und die Höhe des Walls ausübt. Bei kleinem Geschiebeeintrag wird die Sohlenlage im Zulaufgerinne durch die Sohlenrampe kontrolliert, wodurch sich unterhalb der Rampe ein kleiner Kolk bildet.

Der Einfluss des Korndurchmessers auf die Sohlenlage ist in Abb. 5 dargestellt. Ähnlich wie für die Zulaufkonzentration hängt die Sohlenlage im Zulaufgerinne stark von der Größe des Geschiebes ab. Die Front des Walls verschiebt sich mit kleinerem Korndurchmesser gegen den See hin. Kaum wird

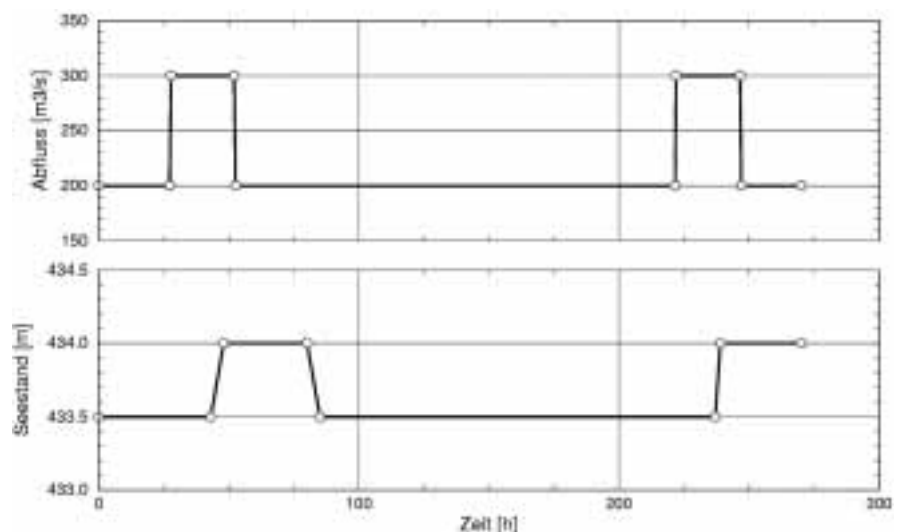


Abb. 3. Zuflussganglinie und Verlauf des Pegelstandes für den untersuchten Lastfall

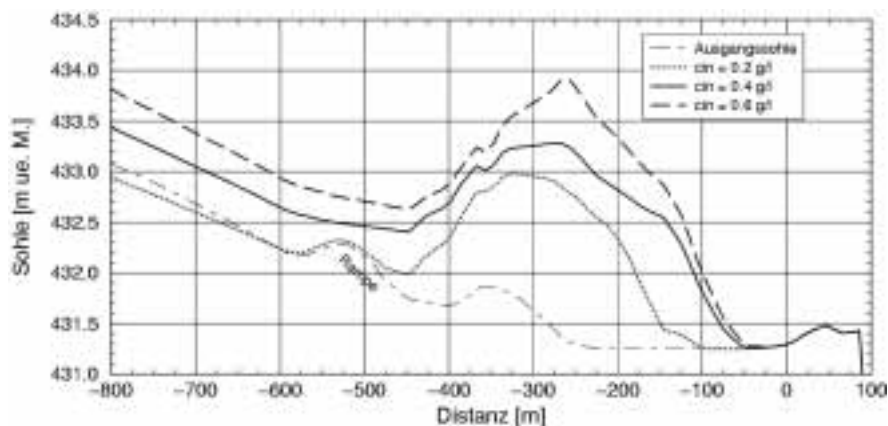


Abb. 4. Längenprofil der Sohle nach 200 h für verschiedene Zulaufkonzentrationen

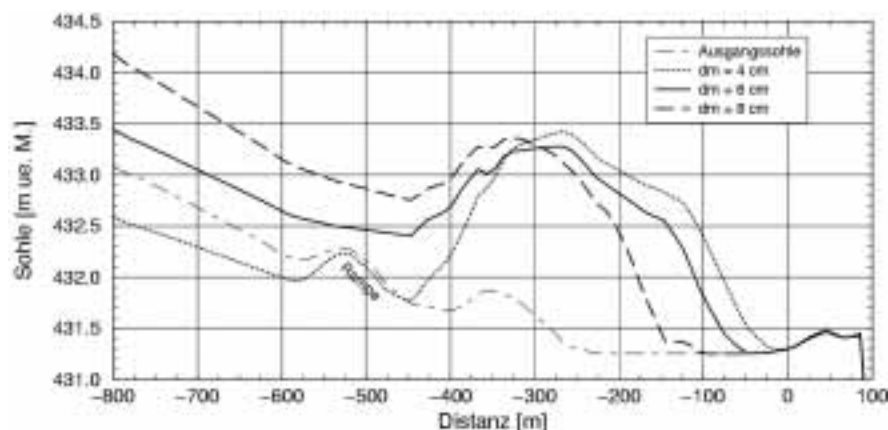


Abb. 5. Längenprofil der Gerinnesohle nach 200 h für verschiedene Korndurchmesser

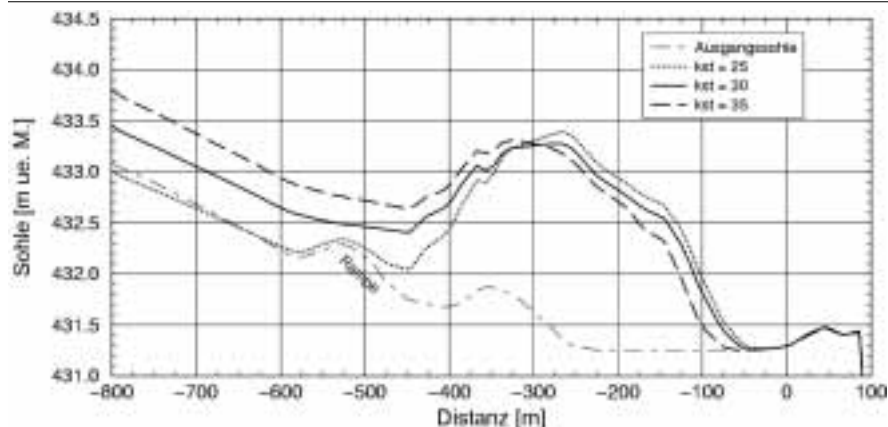


Abb. 6. Längenprofil der Gerinnesohle nach 200 h für verschiedene Sohlenrauigkeiten

hingegen die Höhe der Verlandung beeinflusst. Bei kleinem Korndurchmesser wird das Zulaufgerinne praktisch ausgeräumt und die Sohlenlage durch die Sohlenrampe kontrolliert.

In Abb. 6 sind die Auswirkungen unterschiedlicher Strickler-k-Werte auf die Sohlenlage dargestellt. Dieser Modellparameter beeinflusst die Wasserspiegellage und die Sohlenschubspannungen. Ein großer Einfluss auf die Sohlenlage ist vor allem im Zulaufgerinne zu erkennen. Der Verlandungswall verändert seine Form hingegen nur wenig.

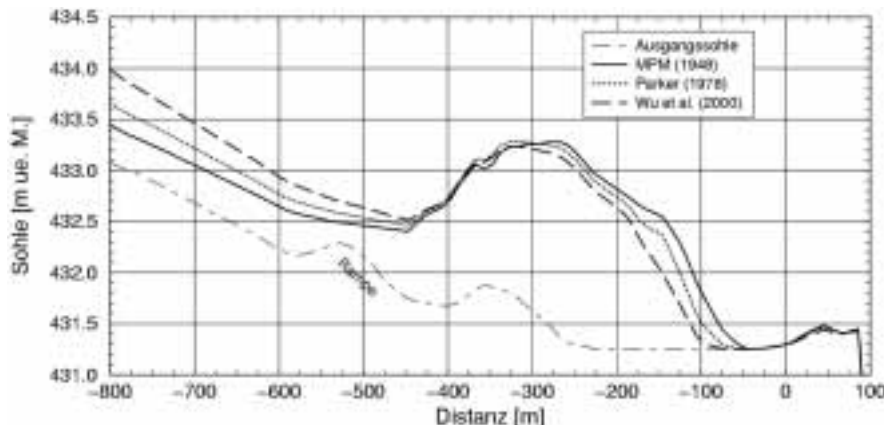


Abb. 7. Längenprofil der Gerinnesohle nach 200 h für verschiedene Transportformeln

Der Einfluss unterschiedlicher Transportformeln auf die Sohlenlage ist in Abb. 7 dargestellt. Auch hier stellt man einen großen Einfluss auf die Sohlenlage im Zulaufgerinne fest. Die MPM-Formel liefert dabei die tiefste Sohlenlage. Während die Höhe der Walls kaum auf die Transportformel reagiert, stellen sich aufgrund der unterschiedlichen Ablagerungen im Zulaufgerinne auch unterschiedliche Ablagerungsfronten ein.

Nebst den Eingabeparametern interessiert auch der Einfluss der Netzgrößen auf die Berechnungsergebnisse. Abbildung 8 zeigt die Ergebnisse für das grobe und das verfeinerte Netz. Im Zulaufgerinne liegt die Sohle im feinen Netz etwa 15 cm tiefer, und der Verlandungswall hat eine höhere Spitze. Die Verlandungsfront ist wesentlich steiler und ist gegenüber der Lösung auf dem groben Netz um rund 50 m stromauf verschoben.

4. VALIDIERUNG

4.1 Hydraulische Modellversuche
Die Untersuchungen zur Neugestaltung der Reussmündung wurden anhand eines hydraulischen Modells im Maßstab 1:70 durchgeführt. Im Modell mussten die Korngrößen unter 0,2 mm (14 mm in Natur) vernachlässigt werden, um Modellfehler aufgrund von Kohäsionskräften zu vermeiden (JÄGGI und PETER, 1983). Neben Vorversuchen umfasste das Versuchsprogramm insgesamt vier Massnahmenvarianten. Die Vorschlagslösung (Variante 4) sieht eine etappenweise Öffnung der Vorstreckungsdämme vor. Die Wasserspiegel wurden mit einem Steckpegel an einem Messwagen aufgenommen. Für die Ermittlung der Sohlenlagen wurde ein elektronisches Profilaufnahmegerät eingesetzt.

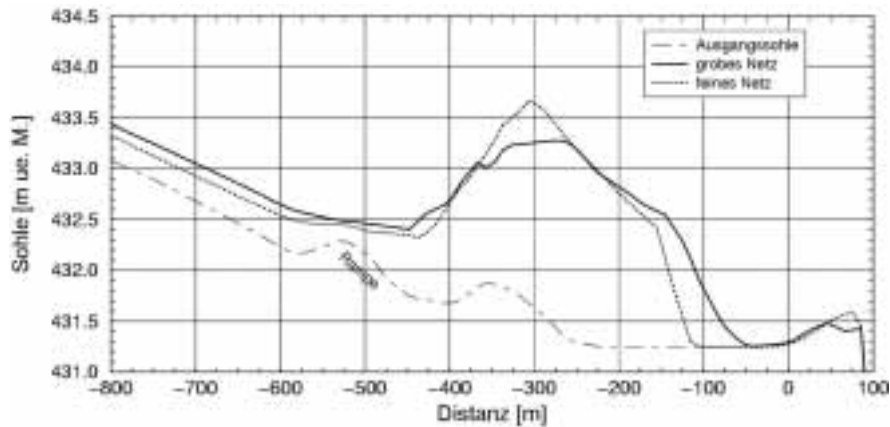


Abb. 8. Längenprofil der Gerinnesohle nach 200 h für das grobe und feine Berechnungsnetz



Abb. 9. Hydraulisches Modell der Reussmündung (Modellmassstab 1:70) nach Realisierung aller Phasen (Öffnung links und rechts, Querwerk im Vorstreckungskanal) (aus VAW, 1983)

4.2 Modellvergleich

In Abbildung 10 sind die berechneten Sohlenlagen aus dem Referenzmodell und die gemessenen Sohlenlagen eingetragen. Die Sohlenlage im Zulaufgerinne, die Stirn des Verlandungswalls sowie die Höhe des Walls werden gut reproduziert. Unterhalb der Rampe bildet das Rechenmodell den im hydraulischen Modell ersichtlichen Kolk nicht ab. Große Unterschiede zwischen Rechnung und Messung sind am unteren

Ende des Kanals zu erkennen. Die naheliegende Erklärung, dass das Einkornmodell die Verlandung mit Feinsedimenten nicht nachbilden kann, erweist sich nach kritischer Prüfung der Modellversuche als falsch. Tatsächlich muss angenommen werden, dass die Sohle im Vorstreckungskanal entgegen den Darstellungen in VAW (1983) bei Versuchsbeginn bereits verlandet war. Der Verlauf der anfänglichen Verlandung kann bedauerlicherweise nicht mehr rekonstruiert werden.

Im Anschluss an die Ganglinienversuche wurde zur Abschätzung der Gerinnekapazität ein Abfluss simuliert, welcher ungefähr einem 100jährigen Abfluss entspricht. Der Vergleich zwischen Messung und Rechnung ist in

Abb. 11 dargestellt. Die Ereignisdauer wurde im numerischen Modell zu fünf Stunden angenommen (zum hydraulischen Modell liegen keine Angaben vor). In beiden Modellen (hydraulisch und numerisch) kommt es unterhalb der Rampe zur Bildung eines Kolkes. Im numerischen Modell wird das Zulaufgerinne stark ausgeräumt und die Tiefe des Kolks unterhalb der Rampe überschätzt. In der Fortsetzung des Vorstreckungskanals bleiben die bereits oben beobachteten Unterschiede zwischen Messung und Rechnung bestehen. Die Resultate mit dem groben Berechnungsnetz liegen insgesamt näher bei den Beobachtungen.

Für den Hochwasserfall sind die Wasserspiegellagen im Modell abgegriffen worden. Die Resultate in Abb. 12 zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung. Die Unterschiede liegen meist im Bereich von einem halben Meter. Dabei schneidet wiederum das grobe Modell besser ab als das feine.

5. ZUSAMMENFASSUNG UND FOLGERUNGEN

Die Reaktion der Sohle auf die veränderten Abflussverhältnisse nach dem Bau einer Dammbresche wurde in einem numerischen Modell untersucht. Das Modell wurde sehr einfach gehalten, sowohl hinsichtlich der Transportgleichungen (Einkornmodell) als auch der räumlichen Auflösung.

Im Bereich der Verzweigungsstrecke bildet sich als Folge der abnehmenden Schleppkraft ein ausgeprägter Verlandungswall.

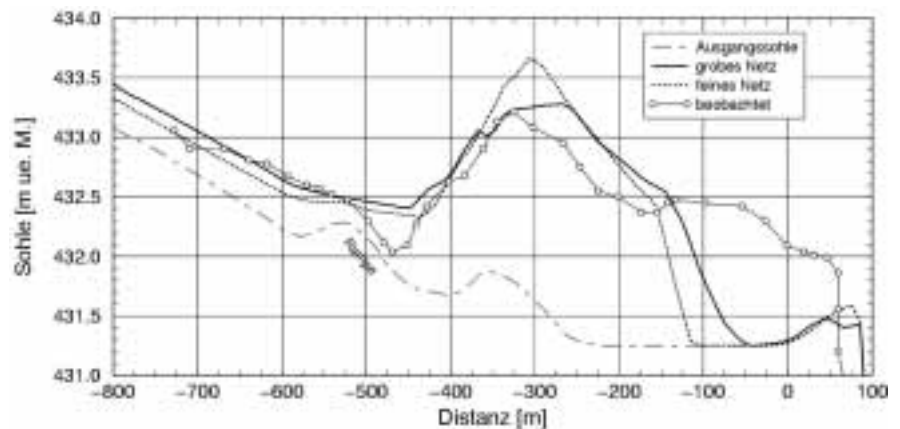


Abb. 10. Vergleich der Sohlenlage nach 200 h

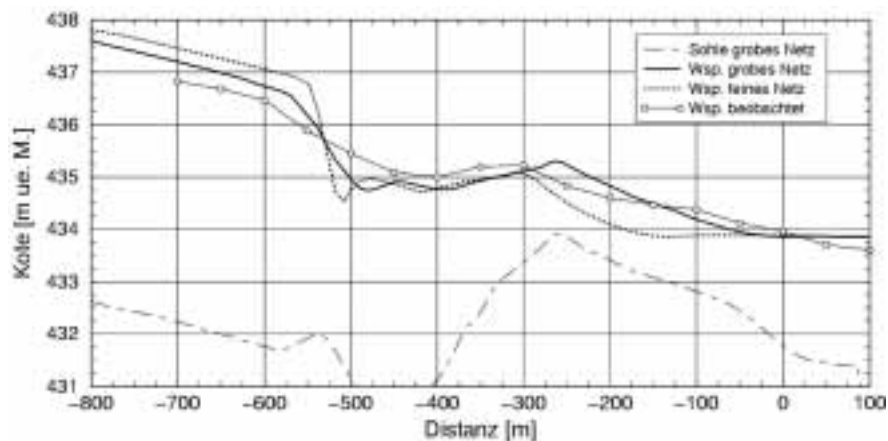


Abb. 12. Vergleich der Wasserspiegel nach zwei Ganglinien und einem Abfluss von $600 \text{ m}^3/\text{s}$

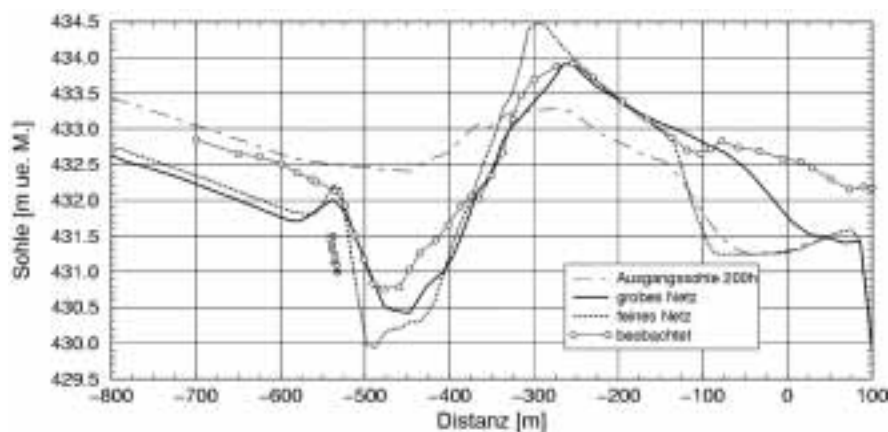


Abb. 11. Vergleich der Gerinnesohle nach zwei Ganglinien und einem Abfluss von $600 \text{ m}^3/\text{s}$

Variationen der wesentlichen Modellparameter zeigen, dass vor allem die

Sohlenlage im Zulaufgerinne sensitiv reagiert. Die Ausmaße des Walls sind

hingegen relativ robust gegenüber Variationen der Korndurchmesser, der Strickler-k-Werte und der verwendeten Transportformel. Der Vergleich zwischen grobem und verfeinertem Modell ergibt ebenfalls nur geringfügige Unterschiede in den Resultaten.

Die Validierung mit Beobachtungen am hydraulischen Modell zeigen, dass die Lage und Höhe des Mündungswalls gut reproduziert wird. Auch der Kolk am Rampenfuss, der sich bei hohem Abfluss bildet, wird grundsätzlich richtig erkannt. Das Modell ist ferner in der Lage, die Wasserspiegellagen unter den veränderten Randbedingungen vorauszusagen.

Fazit: Das vorgestellte Transportmodell ist in der Lage, die Sohlenreaktion nach der Breschenbildung in einem Gerinne nachzubilden. Lage und Höhe des Verlandungswalls erweisen sich dabei als robust gegenüber oft nicht exakt bestimmbar Modellparametern. Die Unterschiede zwischen Rechnung und Beobachtung im Vorstreckungskanal können zumindest teilweise auf fehlerhafte Angaben zum hydraulischen Modellversuch zurückgeführt werden.

DANKSAGUNG

Marcel ROTH, Abt. Landschaft und Gewässer Kt. Aargau, danke ich für die Durchsicht des Manuskripts und die wertvollen Hinweise zum Sedimenttransport. ○

LITERATUR

- BEFFA, C. (1994): Praktische Lösung der tiefengemittelten Flachwassergleichungen. Mitteilung 133 der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie. ETH Zürich.
- BEFFA, C. (2004): 2D-Strömungssimulation mit FLUMEN. In: ÖWAV-Seminar „Fließgewässermodellierung – von der Ein- zur Mehrdimensionalität?“. Wiener Mitteilungen. BOKU Wien.
- BEFFA, C. (2004a): FLUMEN User Manual. Bezug: <http://www.fluvial.ch/m/FlumenMan.pdf>.
- DUC, B. M., WENKA, TH., RODI, W. (2004) Numerical Modeling of Bed Deformation in Laboratory Channels. J. Hydr. Engrg., ASCE 130 (9), 894–904.
- JÄGGI, M., PETER, W. (1983): Naturnahe Gestaltung einer Flussmündung. Hydraulische Modelluntersuchung für das Projekt eines Reussdeltas am Urnersee. Mitteilung Nr. 68, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie der ETH Zürich.
- KASSEM, A. A., CHAUDHRY, M. H. (2002): Numerical Modeling of Bed Evolution in Channel Bends. J. Hydr. Engrg., ASCE, 128 (5), 507–514.
- MEYER-PETER, E., MÜLLER, R. (1948): Formulas for bed-load transport. Proc. 2nd Congress, IAHR, Stockholm.
- PARKER, G. (1978): Self-Formed Straight Rivers with Equilibrium Banks and Mobile Bed, Part 2: The Gravel River. Journal of Fluid Mechanics, 89 (1), 127–146.
- RAUDKIVI, A. J. (1999): Loose boundary hydraulics – Grey zones. In: River Sedimentation, Jayawardena, Lee & Wang (eds). Balkema, Rotterdam, 3–11.
- SHEWCHUK, J. R. (1996): Triangle: Engineering a 2D Quality Mesh Generator and Delaunay Triangulator. School of Computer Science, Carnegie Mellon University, Pittsburgh.
- STRUJKSMA, N., OELSEN, K. W., FLOKSTRA, C., DE VRIEND, H. J. (1985): Bed deformation in curved alluvial channels. J. Hydr. Res., 23 (1), 57–79.
- SUMMER, B. M., CHUA, L. H. C., CHENG, N.-S., FREDSDØE, J. (2003): Influence of Turbulence on Bed Load Sediment Transport. J. Hydr. Engrg., ASCE, 129 (8), 585–596.
- VAN DER SCHEER, P., RIBBERINK, J. S., BLOM, A. (2002): Transport Formulas for Graded Sediment. Research Report 2002R-002. University of Twente, The Netherlands.
- VAW (Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie) (1983): Reussdelta: Bericht über die hydraulischen Modellversuche betreffend die Neugestaltung der Reussmündung in den Urnersee. (unveröffentlicht)
- WU, W., WANG, S. S. Y., JIA, Y. (2000): Nonuniform sediment transport in alluvial rivers. J. Hydr. Res., 38 (6), 427–434.

Anschrift des Verfassers: Cornel BEFFA, Beffa Hydrodynamik, Postfach 28, 6431 Schwyz, Schweiz; E-Mail: cbeffa@fluvial.ch.